LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE SA JEDNOM NEPOZNATOM

LINEARNE JEDNAČINE

Pod linearnom jednačinom „ po x'' podrazumevamo svaku jednačinu sa nepoznatom x koja se ekvivalentnim transformacijama svodi na jednačinu oblika:

$$a \cdot x = b$$

gde su a i b dati realni brojevi.

Rešenje ove jednačine je svaki realan broj x_0 za koji važi:

$$ax_0 = b$$

Za svaku linearnu jednačinu važi:

$$ax = b$$

$x = \frac{b}{a}$

ako je $a \neq 0$

Jedinstveno rešenje

Primer:

$2x = 10$

$x = \frac{10}{2}$

$x = 5$

$a = b = 0$

Ima beskonačno mnogo rešenja

Primer:

$0 \cdot x = 0$

Svaki broj je rešenje

$a = 0,\ b \neq 0$

Nema rešenja

Primer:

$0 \cdot x = 7$

$x = \frac{7}{0} = ?$

Deljenje sa 0 nije dozvoljeno (za sad)

Kako rešavati jednačinu*?*

- Prvo se oslobodimo razlomaka (ako ih ima) tako što celu jednačinu pomnožimo sa NZS

- Onda se oslobodimo zagrada (ako ih ima) množeći “svaki sa svakim’’.

- Nepoznate prebacimo na jednu a poznate na drugu stranu znaka jednakosti (=).
  (PAZI: prilikom prelaska sa jedne na drugu stranu menja se znak)

- “sredimo’’ obe strane (oduzmemo i saberemo) i dobijemo $a \cdot x = b$

- Izrazimo nepoznatu $x = \frac{b}{a}$

Evo par primera :

1. Rešiti jednačinu: 9 – 2x = 5x + 2

Rešenje:

Nema razlomaka i zagrada tako da odmah “prebacujemo’’ nepoznate na jednu a poznate na drugu stranu.

$$
\begin{aligned}
&9 - 2x = 5x + 2 \\
&-2x - 5x = +2 - 9 \\
&-7x = -7 \\
&x = \frac{-7}{-7} \\
&x = 1
\end{aligned}
$$

2. **Rešiti jednačinu:** $3(2-3x)+4(6x-11)=10-x$

Rešenje:

$3(2-3x)+4(6x-11)=10-x$ $\leftrightarrow$ najpre se oslobodimo zagrada (“svaki sa svakim” množimo)

$6-9x+24x-44=10-x$ $\leftrightarrow$ nepoznate na levu a poznate na desnu stranu prebacimo…

$-9x+24x+x=10-6+44$ “sredimo obe strane”

$16x=48$ izrazimo nepoznatu

$x=\frac{48}{16}$

$x=3$

3. **Rešiti jednačinu:** $\frac{y-5}{7}+2=\frac{2y-3}{2}-\frac{6y+5}{14}$

Rešenje:

Ovde najpre moramo da se oslobodimo razlomaka a to ćemo uraditi tako što celu jednačinu pomnožimo sa najmanjim zajedničkim sadržaocem za 7, 2 i 14 a to je očigledno 14.

Kad niste sigurni koliki je NZS “napamet” nadjite ga “ na stranu”

$$\begin{array}{l|l} 7,\ 2,\ 14 & 2 \\ 7,\ 1,\ 7 & 7 \\ 1,\ \ \ \ 1 & \end{array}$$

$\cancel{14}\cdot\frac{y-5}{\cancel{7}}+14\cdot 2=\cancel{14}\cdot\frac{2y-3}{\cancel{2}}-\cancel{14}\cdot\frac{6y+5}{\cancel{14}}$ ili odmah $\frac{y-5^{(\cdot 2}}{7}+2^{(\cdot 14}=\frac{2y-3^{(\cdot 7}}{2}-\frac{6y+5^{(\cdot 1}}{14}$

$2(y-5)+28=7(2y-3)-1(6y+5)$ Pazi : upiši i 1 zbog zagrade

$2y-10+28=14y-21-6y-5$

$2y-14y+6y=-21-5+10-28$

$-6y=-44$

$y=\frac{-44}{-6}$

$y=+\frac{22}{3}\rightarrow y=7\frac{1}{3}$

LINEARNE NEJEDNAČINE

Linearna nejednačina " po x" je nejednačina koja se ekvivaletnim transformacijama može svesti na oblik:

$$ax > b$$
$$ax \geq b$$
$$ax < b$$
$$ax \leq b$$

gde su a i b realni brojevi.

Linearne nejednačine rešavamo slično kao i jednačine koristeći ekvivalentne transformacije. **Važno je reći da se smer nejednakosti menja kada celu jednačinu množimo (ili delimo) negativnim brojem.**

Primer:

Posmatrajmo dve nejednačine : 2x<10 i -2x<10

$$2x < 10$$
$$x < \frac{10}{2}$$
$$x < 5$$

$$-2x < 10$$

Pazi: delimo sa (-2), pa se smer okrene

$$x > \frac{10}{-2}$$
$$x > -5$$

Naravno i ovde se može deliti da nejednačina ima rešenja, nema rešenja ili ih pak ima beskonačno mnogo

(u zavisnosti u kom skupu brojeva posmatramo datu nejednačinu)

Evo još par primera:

1) Reši nejednačinu: $3(x-2)+9x<2(x+3)+8$

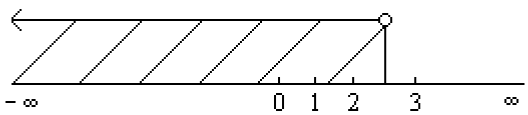
Rešenje: $3(x-2)+9x<2(x+3)+8$ → oslobodimo se zagrada

$3x-6+9x<2x+6+8$ → nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu

$$2x+9x-2x<6+8+6$$
$$9x<20$$
$$x<\frac{20}{9}$$
$$x<2\frac{2}{9}$$

Uvek je **"problem'' kako zapisati skup rešenja?**

Možemo zapisati $\{x \in R \mid x < 2\frac{2}{9}\}$ a ako je potrebno to predstaviti i na brojevnoj pravoj:



$$x \in \left(-\infty, 2\frac{2}{9}\right)$$

<u>Pazi:</u>

Kod $+\infty$ i $-\infty$ uvek idu male zagrade ( ) i nema kružić
Kod znakova < i > idu male zagrade i prazan kružić
Kod $\leq$, $\geq$ idu srednje zagrade $[\ ]$ i pun kružić

Male zagrade (,) nam govore da ti brojevi nisu u skupu rešenja, dok $[,]$ govore da su i ti brojevi u rešenju.

2. Reši nejednačinu: $\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -1$

Rešenje:

$\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -1$ $\quad\rightarrow$ celu nejednačinu pomnožimo sa 6 (NZS za 3 i 2)

$2(2a+1) - 3(3a-2) \geq -6$

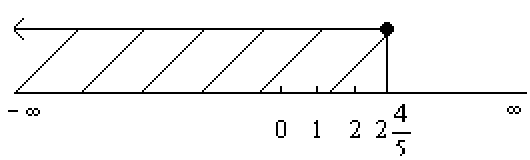
$4a + 2 - 9a + 6 \geq -6$

$4a - 9a \geq -6 - 2 - 6$

$-5a \geq -14$ $\quad\rightarrow$ pazi: delimo sa (-5) pa se znak okreće

$a \leq \frac{-14}{-5}$

$a \leq +2\frac{4}{5}$



U skupu R su rešenja $\quad a \in \left(-\infty, 2\frac{4}{5}\right]$

PAZI: Da nam recimo traže rešenja u skupu N (prirodni brojevi), onda bi to bili samo brojevi $\{1,2\}$